

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU



FILIP SAVANOVIĆ

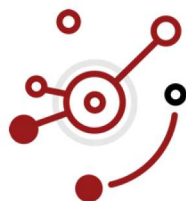
**PRVO OPAŽANJE ASTROFIZIČKOG NEUTRINA
U KOINCIDENCIJI S OPAŽANJEM KOZMIČKOG
GAMA-ZRAČENJA VISOKIH ENERGIJA**

Završni rad

Osijek, 2019.

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU



FILIP SAVANOVIĆ

**PRVO OPAŽANJE ASTROFIZIČKOG NEUTRINA
U KOINCIDENCIJI S OPAŽANJEM KOZMIČKOG
GAMA-ZRAČENJA VISOKIH ENEGIJA**

Završni rad

Predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku radi stjecanja
zvanja prvostupnika fizike

Osijek, 2019.

“Ovaj završni rad je izrađen u Osijeku pod vodstvom mentora doc. dr. sc. Darija Hrupeca u sklopu Sveučilišnog perddiplomskog studija fizike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.”

PRVO OPAŽANJE ASTROFIZIČKOG NEUTRINA U KOINCIDENCIJI S OPAŽANJEM KOZMIČKOG GAMA-ZRAČENJA VISOKIH ENERGIJA

FILIP SAVANOVIĆ

Sažetak

Već se dugo smatra da bi odgovor na pitanje izvora kozmičkih neutrina i visokoenergijskih gama-zraka mogli biti blazari. U ovom ćemo radu predstaviti detekciju jednog takvog neutrina, koja se dogodila 22. rujna 2017. godine, u sklopu neutrinskog opservatorija Ice Cube, koristeći Čerenkovljev efekt. Prije toga ćemo na teorijskoj razini obraditi neutrino, gama-zračenje te Čerenkovljevo zračenje. Nakon toga ćemo poseban naglasak staviti na astrofizički neutrino i njegovu detekciju. Na kraju ćemo opisati kako je tekao postupak detekcije te povezati detekciju kozmičkog neutrina s detekcijom visokoenergijskih gama-zraka, koje uspješno detektiramo već duže vrijeme. Time ćemo pokušati potvrditi da su blazari izvor kozmičkih neutrina te gama-zračenja visokih energija.

Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku

Ključne riječi: neutrino / gama-zračenje / astrofizički izvor / visokoenergijska gama-astronomija / Čerenkovljev efekt

Mentor: doc. dr. sc. Dario Hrupec

Ocjenjivači: doc. dr. sc. Dario Hrupec

Rad prihvaćen:

FIRST OBSERVATION OF ASTROPSYHICAL NEUTRINO IN CORRELATION WITH OBSERVATION OF HIGH ENERGY COSMIC GAMMA-RAYS

FILIP SAVANOVIĆ

Abstract

For a long time it is thought that the source of cosmic neutrinos and high energy gamma rays could be blazars. In this paper, we will present a detection of such a neutrino, which occurred on September 22nd 2017., in the Ice Cube neutrino observatory, using Cherenkov effect. Firstly, we will define neutrinos, gamma radiation and Cherenkov radiation. Secondly, we will emphasize astrophysical neutrino and its detection. Lastly, we will describe the steps through the process of its detection and link the detection of cosmical neutrinos with the detection of high energy gamma rays, which we successfully detect for a while. Using this, we will try to confirm that the source of cosmic neutrinos and high energy gamma radiation are blazars.

Thesis deposited in Department of Physics library

Keywords: neutrino / gamma-radiation / astrophysical source / high energy gamma astronomy / Cherenkov effect

Supervisor: assistant professor Dario Hrupec, PhD

Rewievers: assistant professor Dario Hrupec, PhD

Thesis accepted:

Sadržaj

1 Uvod	1
2 Gama-zračenje	2
2.1 Elektromagnetsko zračenje	2
2.2 Kozmičko gama-zračenje visokih energija	3
2.2.1 Leptonska klasa modela	3
2.2.2 Hadronska klasa modela	3
2.3 Detekcija kozmičkih gama-zraka	4
2.3.1 Sustav Fermi-LAT	4
2.3.2 Sustav MAGIC	4
3 Neutrino	5
3.1 Otkriće neutrina	6
3.1.1 Beta-raspad	7
3.2 Nastanak neutrina	7
3.3 Razlika između neutrina i antineutrina	9
3.4 Svojstva neutrina	10
3.4.1 Još neke reakcije u kojima sudjeluje neutrino	10
3.4.2 Svojstva simetrije - helicitet i kiralnost	11
3.4.3 Neutrinske oscilacije	14
4 Čerenkovljevo zračenje	18
4.1 Refrakcija svjetlosti - Snellov zakon	18
4.2 Nastanak Čerenkovljevog zračenja	20
4.3 Spektar Čerenkovljevog zračenja - Tamm-Frankova relacija	22
4.4 Primjene Čerenkovljevog zračenja	23

5 Astrofizički neutrino	25
5.1 Astrofizički izvori neutrina	26
5.2 Detekcija astrofizičkog neutrina	26
5.3 Detekcijski sustav Ice Cube	27
5.3.1 Princip rada	28
6 Proces detekcije - suradnja triju detekcijskih sustava	29
7 Zaključak	30
8 Dodatak	31
9 Korištena literatura	32
10 Životopis	34

1 Uvod

*The most incomperhensible thing about
the Universe is that it is comperhensible.*

ALBERT EINSTEIN (14. III 1879. – 18. IV 1955.)

Napretkom tehnologije, napose u znanosti, a i općenito, sve smo više u mogućnosti doći do novih spoznaja i otkrića te tako poboljšati postojeće modele i mehanizme i testirati neke nove. U tome nije iznimka ni visokoenergijska gama-astronomija. Međutim, unatoč mnoštvu novih spoznaja na području astročestične fizike, izvor visokoenergijskih kozmičkih gama-zraka te kozmičkih neutrina, već je dugo vremena misterij koji astrofizičari pokušavaju riješiti. Među brojnim mogućim kandidatima, koji bi mogli biti izvor neutrina tako visokih energija, najviše su vjerojatne aktivne galaktičke jezgre – blazari – koji emitiraju mlazove magnetizirane plazme, koji posjeduju relativističku brzinu. Znamo da su protoni električki pozitivno nabijeni, zbog toga ih magnetska polja u svemiru zakreću i ne možemo sa sigurnošću utvrditi odakle dolaze. S druge strane, neutriini se gibaju gotovo pravocrtno te zbog toga možemo, s velikom sigurnošću, utvrditi njihov izvor. Budući da nam detekcija neutrina dakle pruža mogućnost jasne identifikacije njihova izvora, to bi povezivanje astrofizičkih neutrina i blazara sugeriralo da u mlazovima koje emitiraju blazari postoji i hadronski doprinos; što posljedično znači da bi blazari mogli biti izvor čestica s najvišom dosad detektiranom energijom u svemiru (kozmičkih neutrina). U ovom ćemo radu predstaviti detekciju viskoenergijskog neutrina, koja se dogodila u rujnu 2017. godine, u sklopu detekcijskog sustava Ice Cube, u korelaciji s opažanjem poznatog blazara. Vjerojatnost da se radi o neutrinu iz astrofizičkog izvora iznosi 56,5%.[1]

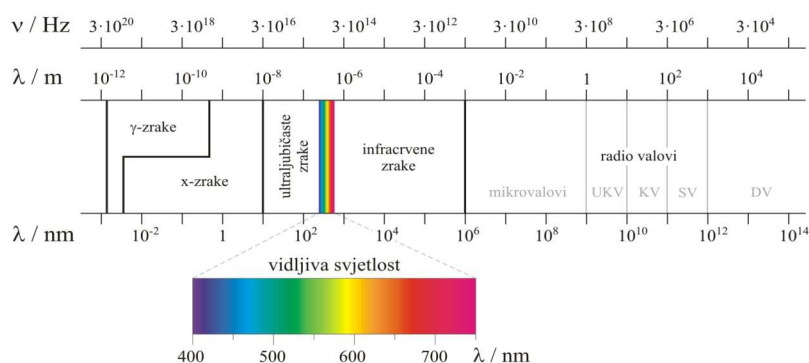
2 Gama-zračenje

U općenitom smislu, u fizici zračenje definiramo kao emisiju, transmisiju ili radijaciju energije u obliku vala ili čestice kroz neki medij ili kroz sam prostor. To može biti: elektromagnetsko zračenje (radiovalovi, mikrovalovi, vidljiva svjetlost, rendgensko, ultraljubičasto te gama-zračenje), čestično zračenje (alfa, beta i neutronska), zvučno (ultrazvuk i zvuk), seizmičko te, u novije vrijeme sve više istraživano, gravitacijsko zračenje. Također, s obzirom na energiju čestica koje zrače, razlikujemo ionizirajuće i neionizirajuće zračenje.

2.1 Elektromagnetsko zračenje

U svjetlu gornjeg izlaganja o općenitom pojmu zračenja, elektromagnetsko zračenje definiramo kao bilo koji prijenos energije zračenjem, koje je uzrokovano međusobnom interakcijom električnog i magnetskog polja. Da bi električki nabijena čestica zračila elektromagnetske valove, mora se gibati promjenjivom brzinom, tj. brzina joj ne smije biti konstantna¹. Elektromagnetsko zračenje posjeduje dualnu, valno-čestičnu prirodu, stoga možemo govoriti o valnoj duljini λ te frekvenciji vala ν . Međutim, ono je također građeno i od čestica – fotona – od kojih svaki posjeduje energiju E . Ove su tri veličine međusobno povezane i pomoću svake od njih možemo odrediti o kojoj se vrsti elektromagnetskog zračenja radi. Ono što razlikuje elektromagnetske valove od npr. zvučnih valova jest činjenica da se oni mogu širiti kroz prazni prostor (vakuum), tj. nije im potreban medij za prijenos. Vjerojatno najpoznatiji primjer elektromagnetskog vala jest svjetlost.

Slika 2.1: Uz spektar EM zračenja. [15]



¹Primijetimo da se promjenjivo gibanje električki nabijene čestice, budući da je brzina po svom algebarskom karakteru vektor, može postići na dva načina: ili promjenom iznosa ili promjenom smjera vektora brzine.

2.2 Kozmičko gama-zračenje visokih energija

Nas u ovom radu posebno zanima jedna vrsta elektromagnetskog zračenja koja se naziva gama-zračenje. Gama-zračenje je, dakle, vrsta elektromagnetskog zračenja, a nastaje između ostalog kao produkt radioaktivnog raspada atomskih jezgara. Gama-zračenje je elektromagnetsko zračenje najkraćih valnih duljina (slika 2.1). Otkriveno je još davne 1900. godine od strane francuskog kemičara P. Villarda², dok je imenovano 1903. godine od strane E. Rutherforda³. Kozmičko gama-zračenje bi stoga bilo gama-zračenje koje dolazi iz svemirskog izvora. Svrha ovog rada i jest da probamo utvrditi koji bi to svemirski izvor mogao biti. Kao što ćemo vidjeti, izvor kozmičkih gama-zraka vrlo visokih energija je blazar. Blazari dakle zrače gama-zrake vrlo visokih energija; sljedeće pitanje na koje bi trebali odgovoriti jest ono o mehanizmu nastanka gama-zraka tako visokih energija. U tom kontekstu, razlikujemo dvije predložene klase modela: leptonsku i hadronsku.

2.2.1 Leptonska klasa modela

Leptonska klasa modela, kao što joj samo ime kaže, sugerira da gama-zrake vrlo visokih energija nastaju tako da leptoni, tj. *lagane* čestice – npr. elektroni i pozitroni – imaju vrlo visoku energiju kada se nalaze u snopovima koje emitiraju blazari. U blizini blazara se nalaze magnetska polja, a kada se čestice koje posjeduju električki naboj, poput elektrona, nađu u magnetskom polju, dolazi do zračenja. Stoga je ideja da prvo dođe do rendgenskog zračenja. Nakon toga dolazi do interakcije između novopridošlih elektrona i tih rendgenskih zraka te kao produkt te interakcije nastaju gama-zrake. Ideja ovakvog nastanka gama zraka, tj. leptonska klasa modela, bila je dugo vremena preferirana povrh hadronske, zbog razloga koji ćemo navesti u idućem poglavlju kada budemo govorili o hadronskoj klasi modela.

2.2.2 Hadronska klasa modela

Hadronska klasa modela, za razliku od leptonske, predviđa da se u snopovima koje emitiraju blazari ne nalaze samo elektroni (tj. leptoni) nego i hadroni, tj. *teške* čestice, kao što su npr. protoni. Ova klasa modela predviđa da u hadronskim interakcijama ne nastaju samo gama-zrake, nego i neutrini. Hadronska klasa modela sugerira, dakle, da bi u snopovima koje emitiraju blazari moralo biti mnoštvo neutrina visokih energija. Međutim, sve do sada nismo uspjeli detektirati neutrine vrlo visokih energija te je upravo zbog toga bila preferirana, gore spomenuta, leptonska klasa modela. No, kao što ćemo vidjeti, detekcija astotrfizičkog neutrina, vrlo visoke energije, pomoću detekcijskih sustava Ice-Cube, nam je omogućila da hadronska klasa modela na nekin način dobije svoju potvrdu. Prije no što krenemo dalje spomenimo još da, budući da se radi o neutrinima vrlo visokih

²Paul Ulrich Villard (28. IX 1860. – 13. I 1934.), franuski kemičar i fizičar.

³Ernest Rutheford (30. VIII 1871. – 19. X 1937.), engleski fizičar. Smatra ga se ocem nuklearne fizike.

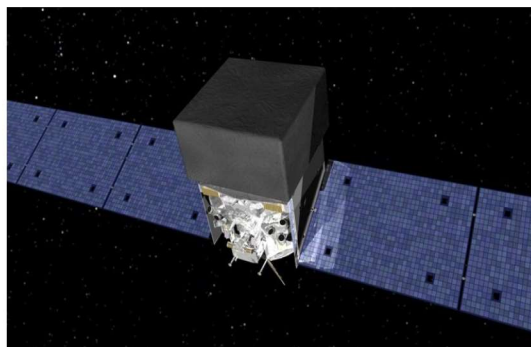
energija, takvi neutrimi nisu mogli nastati u atmosferskim uvjetima, niti u Sunčevu sustavu, nego je takav neutrino morao doći iz dalekog svemira, tj. morao je imati kozmičko podrijetlo. Naprosto zbog toga što je, zbog svoje ogromne energije, morao nastati u ekstremnim fizikalnim uvjetima - kao što su mlazovi aktivnih crnih rupa, koje smatramo iznimnim kozmičkim akceleratorima.

2.3 Detekcija kozmičkih gama zraka

2.3.1 Sustav Fermi-LAT

Satelit Fermi predstavlja vodeći instrument za detekciju gama-zraka visokih energija. Radi se o satelitu koji kruži u Zemljinoj orbiti, a na njemu se nalazi detektor, skraćeno LAT⁴, pomoću kojeg astrofizičari opažaju astrofizičke i kozmološke fenomene; kao što su aktivne galaktičke jezgre (blazari), pulsare i druge visokoenergijske izvore te traže tamnu tvar. Satelit Fermi lansiran je u Zemljinu orbitu 11. lipnja 2008. godine.[12]

Slika 2.2: Satelit Fermi



2.3.2 Sustav MAGIC

Sustav MAGIC je teleskopski stereoskopski sustav koji se sastoji od dva Zemaljska Čerenkovljeva teleskopa, smještena na vrhu kanarskog otoka La Palma. Služi za detekciju kozmičkih gama-zraka koristeći Čerenkovljev efekt⁵. Posebno je osjetljiv na fotone energije od 30 GeV do 50 TeV. Svaki od odva teleskopa posjeduje 236 m² detekcijske površine. Svaki se teleskop sastoji od 396 odvojenih heksagonskih fotomultiplikacijskih detektora koji se nalaze u središtu, a koje okružuju još 180 većih fotomultiplikacijskih detektora. Masa svakog od teleskopa iznosi približno 40 tona. Prvi je teleskop izgrađen 2004. godine, a drugi 2009. godine.[13]

⁴Skraćeno od Large Area Telescope ili Teleskop velike detekcijske površine.

⁵Detaljnija diskusija o Čerenkovljevom zračenju, nalazi se u poglavlju 4.

Slika 2.3: Sustav satelita MAGIC na kanarskom otoku La Palma. [17]



3 Neutrino

Neutrini su subatomske čestice, s vrlo malom, ali konačnom masom. Pripadaju skupini elementarnih čestica koje nazivamo leptoni. Razlikujemo tri vrste neutrina: elektronski, mionski i tau neutrino. Budući da su neutrini električki neutralni te putuju brzinom vrlo bliskoj brzini svjetlosti, to vrlo slabo reagiraju s materijom. Posebno su nam zanimljivi neutrini vrlo visokih energija, koji dolaze iz svemira, zbog toga što se očekuje da će izvor takvih neutrina biti blazar – intenzivna galaktička jezgra koja je izvor radio, optičkog te X-zračenja, a u nekim slučajevima i gama-zračenja. [3], [4]

3.1 Otkriće neutrina

S otkrićem elektrona, 1897. godine, od strane J. J. Thomsona¹, razvila se jedna posve nova grana fizike – fizika elementarnih čestica. Tako smo dobili uvid u samu građu atoma i njegove sastvane dijelove – elementarne čestice. Koristeći visokoenergijске ubrzivače čestica, fizičari su uspjeli otkriti čitav niz novih elementarnih čestica i tako doći do nečega što danas nazivamo standardni model (engl. standard model of particle physics), SM, u fizici elementarnih čestica. Prema tom modelu, sva se materija sastoji od šest kvarkova i šest leptonova. Između njih dolazi do međusobne interakcije pomoću tri od četiri² fundamentalne sile: elektromagnetske te slabe i jake nuklearne. Budući da je neutrino lepton i električki je neutralan, ne međudjeluje jako ni elektromagnetski, nego samo slabo. Još od svoga otkrića, neutrino je prilično nesvakidašnja pojava. Neutrino je, za razliku od načina otkrivanja ostalih čestica, prvo bio teorijski predviđen (postuliran) pa tek onda eksperimentalno potvrđen. Neutrino je otkriven pomoću jednog mehanizma koji je dobro poznat nuklearnoj fizici. Naime, riječ je o β -raspadu. Neutrino je otkriven u najsnažnijem dostupnom izvoru neutrina – nuklearnom reaktoru. Da bismo bolje razumijeli proces otkrića neutrina, prisjetimo se malo detaljnije β -raspada. [3]

Slika 3.1: Uz standardni model u fizici elementarnih čestica. [18]

Elementarne čestice	Fermioni	Kvarkovi	u · d · c · s · t · b
		Leptoni	e ⁻ · e ⁺ · μ^- · μ^+ · τ^- · τ^+ · ν_e · $\bar{\nu}_e$ · μ_e · $\bar{\mu}_e$ · τ_e · $\bar{\tau}_e$
	Bozoni	Baždarni	γ · g · W [±] · Z
	Ostale	duhovi	
Složene	Hipotetske	Superpartneri	Gaugino gluino · gravitino
		Ostali	aksino · bozino · chargino · higgsino · neutralino · sferrion
		Ostale	A ⁰ · dilaton · G · Higgsov bozon · majoron · tahion · X · Y · W [±] · Z [±] · sterilni neutrino
	Hadroni	Barioni / Hiperioni	N (n · p) · Δ · Λ · Σ · Ξ · Ω
		Mezoni / Kvarkoniji	π · ρ · η · η' · ϕ · ω · J/ψ · Y · θ · K · B · D · T
	Druge	atomske jezgre · atomi	egzotični atomi (pozitronij · mionij · onij) · molekule
Kvazičestice	Hipotetske	Egzotični hadroni	Egzotični barioni dibarion · pentakvark
		Egzotični mezoni	glueball · tetrakvark
	Ostale		mezonska molekula · pomeron
			Davydov soliton · eksciton · magnon · fonon · plazmaron · plazmon · polariton · polaron · roton

¹Joseph John Thomson (18. XII 1856. – 30. VIII 1940.), engleski fizičar. Dobitnik Nobelove nagrade, 1906. godine, za otkriće elektrona.

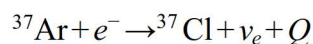
²Gravitacijsko međudjelovanje, na razini elementarnih čestica, možemo posve zanemariti.

3.1.1 Beta raspad

Glavni akteri koji sudjeluju u β -raspadu jesu hadroni. Hadroni se sastoje od dva ili više kvarkova, koje zajedno *drži* jaka sila. Hadroni još sudjeluju u okviru slabe te elektromagnetske interakcije, a upravo se unutar slabe interakcije kvarkovi vežu za W i Z bozone; npr. jedan kvark može preći u drugi uz emisiju ili apsorpciju W bozona³. Na istom principu funkcionira i β -raspad, u kojem neutron može prijeći u proton ili obratno. Prilikom β -raspada naboj jezgre se mijenja dok radijus ostaje fiksiran. Ova su dva uvjeta zadovoljena uz simultanu emisiju elektrona i antineutrina, odnosno pozitrona i neutrina, ili uz uхват elektrona koji kruži oko jezgre, uz emisiju neutrina. U slučaju elektronskog uhvata, energija izračenog neutrina i energija titranja jezgre strogo su definirane. Nasuprot tome, u ostalim procesima, elektron (pozitron) može proizvoljno poprimati kontinuirane vrijednosti energije od 0 do maksimalne dopuštene vrijednosti, a koja je određena tako da vrijedi zakon sačuvanja energije. Upravo je proučavanje raspodjele energija, navelo Paulija⁴ da 1931. godine postulira postojanje neutrina. Naime, budući da su energijski nivoi jezgre diskretni, to bi značilo da bi energija elektrona i energija titranja centra mase jezgre, poradi zakona sačuvanja energije i ukupne količine gibanja, također trebali biti diskretni. Osim ako je prisutna još jedna čestica (neutrino), koja bi onda *uzela* dio energije i količine gibanja, čime bi vrijedili zakoni sačuvanja. Budući da neutrino vrlo slabo reagira s materijom, konačnu potvrdu svoga otkrića morao je pričekati još nekoliko godina; ona se naime dogodila 1959. godine promatrajući visokoenergijski tok anti-neutrina, a koji je proizveden pomoću nuklearnog reaktora. Temeljna je detekcijska reakcija:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$$

Napomenimo još da je prvi eksperimentalni dokaz o postojanju neutrina došao iz reakcije elektronskog uhvata izotopa ³⁷Ar:



gdje Q-vrijednost reakcije iznosi 816 keV.

[3], [4]

³Slično kao što elektron u atomskoj jezgri može prijeći iz jednog stacionarnog, kvantiziranog energijskog stanja u drugo, uz apsorpciju ili emisiju kvanta elektromagnetskog zračenja, tj fotona.

⁴Wolfgang Ernst Pauli (25. IV 1900. – 15. XII 1958.), austrijsko-švicarski matematičar i fizičar. Jedan od utemeljitelja kvantne mehanike.

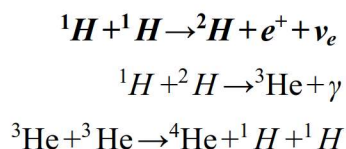
3.2 Nastanak neutrina

Recimo sada nešto o nastanku neutrina. Prvi neutriini nastali su još u velikom prasku. Procjenjuje se da u svakom kubnom centimetru svemira ima oko 400 neutrina nastalih u velikom prasku. Nadalje, Sunčevi neutriini (solarni neutriini) nastaju u procesu nuklearne fuzije u jezgru. Od astrofizičkih izvora tu još imamo i eksploziju supernove. Pored Sunčevih neutrina, neutrina nastalih u velikom prasku te kao posljedica eksplozije supernove, tu su još i atmosferski neutriini, koji nastaju uslijed sudara kozmičkih zraka s molekulama u atmosferi. Također, određeni broj neutrina nastaje i kao posljedica prirodne radioaktivnosti zemlje, tj. kao produkt raspada jezgara ^{238}U i ^{232}Th . Konačno, određeni broj neutrina nastaje u akceleratorima čestica, gdje se visokoenergijski snopovi protona sudaraju s atomskim jezgrama te se stvara velik broj slobodnih čestica od kojih se mnoge raspadaju u razne vrste neutrina. Tako se stvaraju vrlo intenzivni snopovi neutrina. Još jedan važan izvor neutrina su nuklearni reaktori koji u prosjeku proizvedu 50.000 neutrina po sekundi. [3]

ASTROFIZIČKI IZVOR

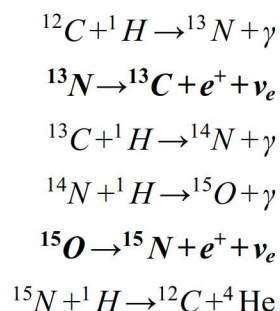
Analizirajmo malo detaljnije nastanaka neutrina u astrofizičkom izvoru.

Sunce proizvodi energiju termonuklearnom fuzijom, na temperaturama višim od 10^7 K. Najvažniji termonuklearni proces u Suncu jest proton-proton lanac:



Energija neutrina dobivenog pp-fuzijom iznosi približno 0,26 MeV.

Zvijezde, koje sadrže veću količinu težih elemenata, stvaraju svoju energiju u CNO ciklusu:



CNO-neutriini imaju tri do četiri puta veću energiju od pp-neutrina.

91% Sunčevih neutrina nastaje u reakciji ${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$, 7% u reakciji $e^- + {}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$, a svega 0,01% u ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$

Procjenjuje se da na svaki proton ili elektron u svemiru postoji oko milijardu neutrina. Ukupno 31% energije, koju oslobađa sunce, otpada na neutrine, ali se zato znatno veća količina neutrina oslobodađa uslijed kolapsa masivnih zvijezda. [3], [11]

3.3 Razlika između neutrina i antineutrina

Kao što smo već gore spomenuli, postoje tri vrste neutrina koje su pridružene trima vrstama nabijenih leptonu. To su elektronski, mionski i tau neutrino. Također, iz fizike elementarnih čestica znamo da za svaku česticu postoji antičestica. Antičestica je stoga čestica jednake mase nekoj čestici, ali različitog električnog naboja i magnetskog momenta. Tako je za elektron antičestica pozitron, dok je za proton - antiproton. Za neutron je antičestica antineutron, koji ima različit smjer magnetskog momenta od neutrona (neutron se sastoji od kvarkova, a antineutron od antikvarkova). Kada dođe do interakcije između čestica i njima pripadajućih antičestica, dolazi do jednog procesa u fizici koji se naziva anihilacija. Tokom tog procesa dolazi do poništenja između čestice i antičestice uz oslobađanje energije. Anihilacija predstavlja jedan od načina pretvorbe mase u energiju; npr. pozitroni nastali prirodnim radioaktivnim raspadom brzo anihiliraju u sudaru s elektronima. Također i neutrino posjeduje svoju antičesticu koja se naziva antineutrino.

Ako se čitatelj pita kako je uopće moguće da postoji čestica suprotna neutrinu, tj. antineutrino; budući da se smatra da je antičestica, po definiciji, čestica jednake mase početnoj čestici, ali suprotnog naboja (imajući na umu da je neutrino električki neutralan), onda je takvo pitanje pomalo neprecizno. Naime, jednaka masa, a različit električki naboj samo su dva svojstva koja antičestica slučajno posjeduje, no to nipošto ne mora biti definicija antičestice.

Za svaki neutrino postoji antičestica, antineutrino, koji također ne posjeduje električni naboj i polucjelobrojnog je spina. Razliku između neutrina i antineutrina pronalazimo u različitoj orijentaciji spina u odnosu na gibanje čestice (antičestice). Ovo se svojstvo naziva KIRALNOST i, iako ono nema nikakav utjecaj u klasičnoj mehanici, u kvantnoj mehanici ono postaje itekako bitno. Naime, u kontraintuitivnom svijetu kvantne mehanike, različita orijentacija promatrača i promatranog objekta, imaće utjecaj na ishod promatranog procesa, tj. na kolaps valne funkcije. Budući da neutrini gotovo uopće ne reagiraju s materijom i vrlo slabo reagiraju unutar gravitacijske sile, tijekom svojih putovanja mogu spontano prelaziti u svoje različite oblike (vrste). Stoga je moguće zamisliti da bi neutrino mogao sam sebi biti antičestica. [4]

3.4 Svojstva neutrina

Iako smo već spomenuli neka svojstva neutrina, prođimo sada i formalno kroz njih. Neutrino spada u skupinu elementarnih čestica koje nazivamo leptoni. Ne nose električni naboj, te posjeduju konačnu, no razmjerno malu (čak i za standarde fizike elementarnih čestica), masu te se gibaju brzinom bliskoj brzini svjetlosti. Neutrini ne sudjeluju u okviru elektromagnetske sile, nego u okviru *slabe* subatomske sile, koja ima puno manji doseg djelovanja nego elektromagnetska sila, te su stoga neutrini u mogućnosti proći velike udaljenosti bez ikakve interakcije⁵. Budući da posjeduju konačnu masu, prema postulat gravitacije, dolazi do interakcije između neutrina i svih ostalih čestica koje posjeduju masu, no gravitacija je uvjerljivo najslabija među četiri fundamentalne sile⁶. Neutrinski spin iznosi 1/2. Kao i svaka čestica koja zadovoljava Fermi-Diracovu statistiku, neutrino posjeduje antičesticu, tj. antineutrino koji se od neutrina razlikuje samo u svojstvima simetrije. Također, postoje tri vrste (okusa) neutrina: elektronski (ν_e), mionski (ν_μ) i tau (ν_τ) neutrino. U vakuumu dolazi do miješanja između tri neutrinska *okusa*, dok su potvrđena najmanje dva modela miješanja: $\nu_1 - \nu_2$ miješanje viđeno u ν_e te $\nu_2 - \nu_3$ miješanje viđeno u ν_μ . Na pitanje postoji li miješanje između ν_1 i ν_3 te, ako postoji, koliko ih je, još uvijek tražimo odgovor. [3], [4]

3.4.1 Još neke reakcije u kojima sudjeluje neutrino

- Neutronska beta-raspad: $n \rightarrow e^- + p + \bar{\nu}_e$
- Beta-raspad miona: $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$
- Beta-raspad i elektronski uhvat: $^{214}\text{Bi} \rightarrow e^- + ^{214}\text{Po} + \bar{\nu}_e$
- Beta-raspad $^{65}\text{Zn} \rightarrow e^+ + ^{65}\text{Cu} + \nu_e^8$
- Inverzni beta-raspad: $p + \bar{\nu}_e \rightarrow e^+ + n$

INTERAKCIJA NEUTRINA - KVARKOVSKI NIVO

Pogledajmo sada kako izgleda reakcija interakcije između neutrina i kvarka;

$$\nu + d \rightarrow e + u$$

gdje je d oznaka za donji kvark (engl. down), a u za gornji kvark (engl. up). Ova se reakcija odvija uz izmjenu W-bozona. [4]

⁵Na primjer, tipični antineutrino, nastao kao produkt radioaktivnog raspada, može proći udaljenost od oko 10^{14} km; što je približno 10 svjetlosnih godina, bez ikakve interakcije.

⁶Uz gravitacijsku, tu su još elektromagnetska te slaba i jaka nuklearna sila.

3.4.2 Svojstva simetrije - helicitet i kiralnost

Sada ćemo se pozabaviti s dva svojstva koja posjeduje svaka elementarna čestica, a povezana su s jednim svojstvom čestice koje se naziva spin te s pojmom simetrije u prostoru. Naime, znamo da se svaka čestica materije (elektroni, kvarkovi, itd.) vrti, tj. svaka čestica materije nosi u sebi određenu intrinzičnu kutnu količinu gibanja. I to se, pojednostavljeno govoreći, naziva spin. Ovakvo svojstvo, koje posjeduju elementarne čestice, ne možemo pronaći u klasičnoj mehanici, nego samo na razini kvantne mehanike. Spin je dakle čisto kvantnomehanička pojava koja nema svoj klasičan analogon. Također, svojstva kiralnosti i heliciteta, koja su povezana sa spinom čestice, nemaju svoj klasičan pandan pa nam ih stoga može biti pomalo teško vizualizirati. Najbolji pokušaj vizualizacije jest razlika između lijeve i desne ruke. U tom smislu, svaka čestica može biti ljevoruka odnosno desnoruka. To zavisi o smjeru spina čestice u odnosu na smjer gibanja čestice (helicitet čestice). Naime, čestica je desnoruka ako je smjer spina jednak smjeru gibanja čestice, a ljevoruka ako je smjer spina suprotan smjeru gibanja čestice.

HELICITET

Prvo svojstvo koje ćemo analizirati jest helicitet. Helicitet čestice definiramo kao projekciju smjera spina čestice na smjer gibanja čestice. Dakle, helicitet čestice jest mjera kuta između smjera spina čestice te smjera količine gibanja. Stoga definiramo operator heliciteta kao

$$[h] = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \quad (3.1)$$

gdje su $\vec{\sigma}$ i \vec{p} jedinični vektori u smjeru spina, odnosno količine gibanja čestice.

Također, malo drukčija definicija operatora heliciteta glasi

$$\vec{\Sigma} \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

gdje su $\vec{\sigma} = (\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3)$ komponente 2×2 Paulijeve matrice, a $\vec{p} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$ jedinični vektor u smjeru količine gibanja čestice.

Ovako definiran operator heliciteta, nužno je KONSTANTA gibanja te se iz (3.2) vidi da KOMUTIRA s Diracovim hamiltonijanom, tj. da vrijedi

$$[\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}, H_D] = 0 \quad (3.3)$$

gdje je $H_D = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta \cdot m$, Diracov hamiltonijan. Smjer spina čestice pozitivnog heliciteta jest paralelan smjeru količine gibanja, odnosno suprotan smjeru količine gibanja za negativni helicitet. Očekivana ili prosječna vrijednost ili prvi moment operatora heliciteta jednak je nuli, tj. $\langle h \rangle = 0$, ako je partitet sačuvan.

Za čestice koje posjeduju masu mirovanja, predznak heliciteta ovisi o položaju promatrača i dan je vrijednostima $\langle h \rangle = \pm v/c$. Za čestice koje ne posjeduju masu mirovanja, helicitet je jednak za sve promatrače. Tako za foton, iako mu spin ima vrijednost 1, postoje samo dva heliciteta, koja odgovaraju lijevoj i desnoj kružnoj polarizaciji.

Neutrino u ovom smislu predstavlja određenu anomaliju. Naime, druge čestice kao što su kvarkovi i ostala tri leptona (elektron, mion i tau čestica) imaju i ljevoruku i desnoruku verziju; kako same čestice tako i njoj korespondirajuće antičestice. Zasad znamo za ljevoruki neutrino i desnoruki antineutrino. Postavlja se pitanje: gdje su desnoruki neutriini te ljevoruki antineutriini? Ovo je pitanje još uvijek svojevrsni misterij, no postoje postoje predviđanja da – budući da ih još nismo ni vidjeli – ako desnoruki neutriini i postoje, oni će biti različiti od ljevorukih neutrina za koje znamo. Možda su desnoruki neutriini mnogo teži; možda ne sudjeluju u okviru slabe interakcije, nego reagiraju samo putem gravitacije (tzv. sterilni neutriini). Štoviše, desnoruki neutriini predstavljaju dobrog kandidata za sterilne neutrine, čije se postojanje predviđa već duže vrijeme.

KIRALNOST

Kiralnost i helicitet su dvije usko povezane ideje. Kao što smo objasnili kako možemo razlikovati ljevoruke i desnoruke čestice u odnosi na helicitet, isto to vrijedi i za kiralnost čestice. Iako je kiralnost teže za definirati, budući da je to čisto kvantnomehaničko svojstvo čestice. Pokušajmo se stoga poslužiti primjerom kako bi barem pokušali definirati kiralnost. Uzmimo za primjer fermione, čiji spin iznosi $1/2$. To znači da ako npr. elektron rotiramo za 360 stupnjeva, ne ćemo dobiti jednako kvantno stanje, tj. kvantno stanje će im biti jednako do na predznak. Svojstvo kiralnosti nam upravo govori kako je moguće da je došlo do promjene predznaka uslijed rotacije elektrona (budući da valna funkcija sadrži kompleksne brojeve). Fizičko značenje promjene predznaka jest promjena faze valne funkcije čestice. Naime, kada rotiramo fermion, njegova kvantnomehanička valna funkcija je promijenjena, a ta promijena ovisi o kiralnosti fermiona. Ne treba nas previše brinuti ovo značenje promjene faze valne funkcije. Poanta jest da je kiralnost duboko povezana s kvantnomehaničkim svojstvima čestice. Čestice s različitom kiralnošću su različite čestice. Kao što smo već spomenuli, ako imamo česticu s helicitetom lijeve ruke, to znači da postoji jednaka čestica s helicitetom desne ruke. S druge strane, ako imamo česticu s kiralnošću lijeve ruke, to ne mora nužno značiti da postoji njoj korespondirajuća čestica s kiralnošću desne ruke.

Jedna od značajki standardnog modela jest to da se čestice s različitom kiralnošću ponašaju različito. Konkretno, elektroni (elektroni lijeve kiralnosti te antielektroni desne kiralnosti) mogu interagirati s W bozonima, dok pozitroni (pozitroni lijeve kiralnosti te anti-pozitroni desne kiralnosti) ne mogu⁷. Da bismo ovu diskriminaciju bolje razumijeli, poslužimo se primjerom. Zamislimo dvije čestice: elektron i antipozitron. Budući da je pozitron antičestica elektronu, to se postavlja pitanje: ne bi li elektron i antipozitron trebali biti dvije potpuno identične čestice? Odgovor je ne. Zapravo, priča je puno suptilnija. Naime, elektron je čestica lijeve kiralnosti, dok je antipozitron čestica desne kiralnosti. Iako obje čestice posjeduju jednak el. naboj (-1), radi se o dvije različite čestice. U čemu se sastoji ta razlika? Elektron može reagirati s neutrinom putem izmjene W-bozona dok se isto ne može reći za antipozitron. Ako se pitamo zašto W bozon želi reagirati samo s elektronom lijeve kiralnosti – to je naprosto način na koji je izgrađen standardni model; elektron lijeve kiralnosti jest pod utjecajem slabe sile dok antipozitron desne kiralnosti to nije. Napomenimo da elektron, kojim smo se poslužili u ovoj ilustraciji, nije *fizički elektron* iz npr. atoma vodika. U nastavku slijedi objašnjenje o čemu se točno radi. Za sada, rezimirajmo ono što smo pokušali objasniti.

Čestice različite kiralnosti su različite čestice, koje se ponašaju različito. Ključno je da zapamtimo da u gornjem primjeru, u granici kada masa mirovanja čestice postaje iščezavajuće malena, postoje četiri jasno razlučive čestice.

Tablica 3.1: Usporedba elektrona, antielektrona, pozitrona te antipozitrona.

Čestica	kiralnost	el. naboj	interakcija s W bozonom
elektron	lijeva	-1	moguća
antielektron	desna	$+1$	moguća
pozitron	lijeva	$+1$	nije moguća
antipozitron	desna	-1	nije moguća

ZNAČENJE POJMA MASE - ULOGA HIGGSOVOG BOZONA

Za kraj, objasnimo kako to dolazi do miješanja, gore navedenih, različitih čestica. To je posljedica jednog svojstva čestice koje se naziva masa te jedne elementarne čestice koja se naziva Higgsov bozon. Naime, kada dođe do interakcije između elektrona i Higgsovog polja, dolazi do promjene kiralnosti elektrona – elektron prelazi u antipozitron. Dakle, *fizički elektron* (npr. elektron iz atoma vodika), jest zapravo mješavina dvije čestice. Ako ga promatramo, on se u jednom trenutku može manifestirati kao elektron, dok se u nekom

⁷Mogli bismo reći da priroda vrši određenu diskriminaciju između čestica lijeve i desne kiralnosti.

drugom trenutku može manifestirati kao antipozitron. Elektron koji posjeduje masu mirovanja može dakle biti ili elektron ili antipozitron kada ga promatramo; on je, zapravo, kvantna superpozicija i jednog i drugog. Nadalje, možemo zaključiti da *fizički elektron* interagira s W-bozonom samo putem svoje *elektronske* komponente, dok ne dolazi do interakcija s *antipozitronskom* komponentom. I tu u priču dolazi pojam MASE. Naime, masa je svojstvo koje je *odgovorno* za kombinaciju različitih tipova čestica. Dakle, zbog mase dolazi do kombinacije između dvije *a priori* različite čestice – elektrona i antipozitrona – u jednu jedinstvenu česticu – *fizički elektron*. Mehanizam se, ukratko, odvija tako da Higgsov bozon, nakon što dosegne svoju očekivanu vrijednost u vakuumu, *razbije* sačuvanje slabog naboja i tako dopusti različitim tipovima čestica da se spoje u jednu jedinstvenu česticu. Dakle, Higgsov bozone na neki način česticama *daje* masu.

Gore opisani elektron možemo zamijeniti neutrinom (kao i bilo kojom drugom elementarnom česticom) i priča će ostati ista. [3], [4], [9], [10]

3.4.3 Neutrinske oscilacije

Posljednje svojstvo koje ćemo opisati jest pojam neutrinskih oscilacija. Neutrini, kao i sve čestice materije, posjeduju osim čestičnih i valna svojstva. Dakle, tri različite vrste (okusa) neutrina, gibaju se kroz prostor kao valovi različite frekvencije. Vrsta neutrina oscilira zbog toga što se faza vala mijenja. Ovaj se fenomen naziva neutrinska oscilacija. Do neutrinskih oscilacija dolazi jedino kada neutrini imaju masu mirovanja različitu od nule. Neutrinske oscilacije su prvi put uočene u atmosferi, u tzv. Super-Kamiokande eksperimentu⁸, iz 1998. godine, gdje je mionski neutrino, prolazeći kroz zemljinu atmosferu, prešao u tau neutrino. Otkriće neutrinskih oscilacija potvrdilo je da neutrino ima konačno malu masu.

MATEMATIČKI FORMALIZAM NEUTRINSKIH OSCILACIJA

Predpostavimo da postoje tri osnovne vrste neutrina, koje će u našoj notaciji biti: $|v_1\rangle$, $|v_2\rangle$ te $|v_3\rangle$ s konačnim masama m_1 , m_2 te m_3 . Ova su tri stanja svojstvena stanja operatora mase i mogu biti ortogonalizirani te normalizirani. Također, operator mase ovisi o unutarnjim stupnjevima slobode neutrina. Miješanje neutrina znači da elektronski neutrino, $|v_e\rangle$, nastao kao produkt β -raspada, zapravo nije osnovni neutrino, nego linearna kombinacija tri svojstvena stanja mase. Slično, mionski i tau neutrino su također linearne kombinacije svojstvenih stanja masa; ortogonalni su jedan u odnosu na drugog te u odnosu na elektronski neutrino.

⁸Više o samom eksperimentu, dostupno je na sljedećoj poveznici: <https://arxiv.org/pdf/hep-ex/9805021.pdf>.

Radi jednostavnosti, razmotrimo dvokomponentni model te pretpostavimo da je ν_e dobro reprezentiran sljedećim izrazom:

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + \sin\theta|\nu_2\rangle \quad (3.4)$$

Ortogonalno u odnosu na $|\nu_e\rangle$ jest stanje

$$|\nu_x\rangle = -\sin\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta|\nu_2\rangle \quad (3.5)$$

$|\nu_x\rangle$ može biti minonski neutrino ili tau neutrino. Kut θ se naziva *kut mješanja*.

Ako je elektronski neutrino nastao u trenutku $t=0$, s količinom gibanja p , u stanju ravnog vala $e^{ipz/\hbar}$, onda će u vremenu t sustav evoluirati u

$$|\nu_e\rangle_t = e^{-iE_1t/\hbar}\cos\theta|\nu_1\rangle + e^{-iE_2t/\hbar}\sin\theta|\nu_2\rangle \quad (3.6)$$

gdje je $E_1 = \sqrt{p^2c^2 + m_1^2c^4}$, $E_2 = \sqrt{p^2c^2 + m_2^2c^4}$

Riješimo jednadžbe (3.4) te (3.5) po $|\nu_1\rangle$ i $|\nu_2\rangle$, u terminima $|\nu_e\rangle$ i $|\nu_x\rangle$:

$$\begin{aligned} |\nu_1\rangle &= \cos\theta|\nu_e\rangle - \sin\theta|\nu_x\rangle \\ |\nu_2\rangle &= \sin\theta|\nu_e\rangle + \cos\theta|\nu_x\rangle \end{aligned}$$

te nakon toga uvrstimo u (3.6), kako bismo dobili

$$|\nu_e\rangle_t = e^{-iE_1t/\hbar}[(\cos^2\theta + e^{i(E_1-E_2)t/\hbar}\sin^2\theta)|\nu_e\rangle - \sin\theta\cos\theta(1 - e^{i(E_1-E_2)t/\hbar})|\nu_x\rangle]$$

Ako je, nakon vremena t , neutrino detektiran, vjerojatnost da se radi o elektronskom neutrinu, prema postulatima kvantne mehanike, jest

$$P_e(t) = |(\cos^2\theta + e^{i(E_1-E_2)t/\hbar}\sin^2\theta)|^2 = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\{(E_2 - E_1)t/2\hbar\} \quad (3.7)$$

dok je vjerojatnost da se radi o x neutrinu jednaka

$$P_x(t) = \sin^2\theta\cos^2\theta|(1 - e^{i(E_1-E_2)t/\hbar})|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2\{(E_2 - E_1)t/2\hbar\} \quad (3.8)$$

Osim u slučaju $m_1 = m_2$, iz čega slijedi $E_1 = E_2$, očito je da vrijedi $P_e < 1$, ako postoji miješanje.

Da bismo detaljnije proanalizirali funkciju vjerojatnosti, P_e , pretpostavimo da su neutriini relativistički. U tom slučaju, možemo zadržati samo vodeći član Taylorova razvoja, tj. vrijedi aproksimacija

$$E_2 - E_1 = \sqrt{p^2 c^2 + m_2^2 c^4} - \sqrt{p^2 c^2 + m_1^2 c^4} \approx \frac{(\Delta m^2) c^4}{2pc} \quad (3.9)$$

gdje je $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$.

Relativistički paket neutrina, putovat će brzinom $\approx c$, tako da, na udaljenosti z od izvora, vrijedi

$$P_e(z) = P_e(t = z/c) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \{(E_2 - E_1)z / 2hc\} \quad (3.10)$$

Koristeći (3.9), funkcija vjerojatnosti postaje

$$P_e(z) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2(\pi z / L)$$

gdje je *oscilacijska duljina*, L , dana s

$$L = \frac{4\pi(\text{pc})(hc)}{(\Delta m^2)c^4} \quad (3.11)$$

što možemo zapisati i kao

$$L = 2.48 \left(\frac{\text{pc}}{1 \text{ MeV}} \right) \left(\frac{1 \text{ eV}^2}{(\Delta m^2)c^4} \right) m \quad (3.12)$$

Upravo je sinusoidalna priroda funkcije vjerojatnosti, P_e , kao funkcije od z , ta koja gore opisanom fenomenu daje naziv *neutrinske oscilacije*. [3]

Primjer 3.1. Funkcija vjerojatnosti generiranja elektronskog neutrina

Za eksperimentelne potrebe, izvedena funkcija vjerojatnosti generiranja elektronskog neutrina, ali detekcije mionskog neutrina (oscilacijska vjerojatnost) reprezentirana je sljedećim izrazom

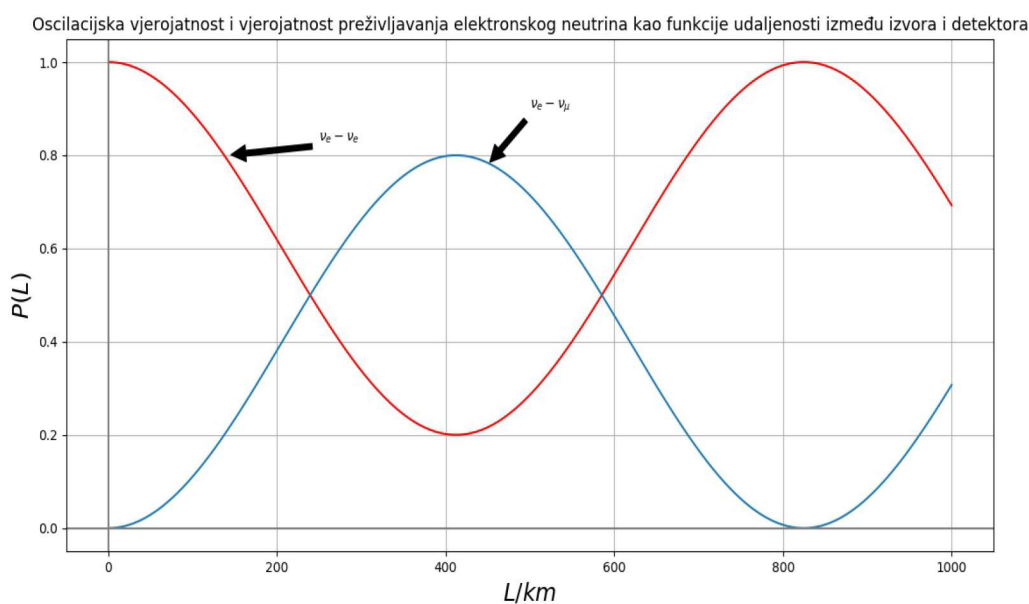
$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E_\nu} \right) \quad (3.13)$$

njoj korespondirajuća funkcija vjerojatnosti generiranja elektronskog neutrina te detekcije elektronskog neutrina (vjerojatnost preživljavanja) bi stoga bila

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \quad (3.14)$$

Kao što vidimo, do oscilacija dolazi zbog razlike u svojstvenim vrijednostima energije između $|\nu_1\rangle$ i $|\nu_2\rangle$, $(E_2 - E_1)$; što interpretiramo kao posljedicu različitih vrijednosti mase za svaku svojstvenu vrijednost operatora mase. Grafički prikaz funkcije vjerojatnosti, kao funkcije udaljenosti između izvora i detektora, vidimo na slici 5; za set parametara $\sin^2(2\theta)=0.8$ i $E_\nu=1\text{GeV}$. U $L=0$, oscilacijska vjerojatnost iznosi nula, a njoj korespondirajuća vjerojatnost preživljavanja iznosi jedan. Kako se L povećava, oscilacije se mijenjaju, sve do vrijednosti $L=400\text{km}$. U toj točki, oscilacije su na svom maksimumu. Kako se L dalje povećava, oscilacije trnu, sve do približne vrijednosti, $L=820\text{km}$, nakon koje se gotovo sav neutrinski tok sastoji od početne vrste neutrina. [14]

Slika 3.2: Oscilacijska vjerojatnost te vjerojatnost preživljavanja elektronskog neutrina kao funkcije udaljenosti između izvora i detektora, L , za sljedeći set parametara: $\Delta m=3 \cdot 10^{-3} \text{eV}^2$, $\sin^2(2\theta)=0.8$ te $E_\nu=1\text{GeV}$. Napomena: crvena boja na grafu predstavlja funkciju vjerojatnosti detektiranja elektronskog neutrina, dok plava boja predstavlja funkciju vjerojatnosti detektiranja mionskog neutrina (nakon prethodnog generiranja elektronskog neutrina).



Grafički prikaz, u primjeru 3.1, na slici 5, dobiven je pomoću programskog jezika Python 3.5.4 - računalni kod priložen je u dodatku.

4 Čerenkovljevo zračenje

*Priroda je jedina knjiga koja na svojim
listovima nudi mnogo sadržaja.*

Johann Wolfgang Goethe

Da bismo u potpunosti razumijeli proces detekcije astrofizičkih neutrina, bilo bi se korisno upoznati s jednom pojavom u fizici koja je poznata pod nazivom Čerenkovljevo¹ zračenje. Prema klasičnoj elektrodinamici, kada se neka električki nabijena čestica giba promjenjivom brzinom, takva čestica zrači elektromagnetske valove. Ako je brzina (pa prema tome i energija) takve čestice dovoljno velikog iznosa, te u mediju postigne brzinu veću od brzine svjetlosti, ona pobuđuje² medij na takav način da dolazi do zračenja koje je vidljivo u ultraljubičastom pa prema plavom dijelu spektra. Tako nastalo zračenje naziva se ČERENKOVljevo ZRAČENJE. Čerenkovljevo je zračenje analogno s efektom probijanja zvučnog zida iz akustike.[6]

Slika 4.1: Pavel Alexejevič Čerenkov. [19]



4.1 Refrakcija svjetlosti - Snellov zakon

Ako se čitatelj pita kako je moguće da se jedna čestica u mediju giba brzinom većom od brzine svjetlosti; to je moguće kao posljedica Snellovog³ zakona loma svjetlosti, koji kaže da se svjetlost lomi na granici dvaju optičkih sredstava, tj. da se brzina svjetlosti u mediju smanjuje. To smanjenje ovisi o jednoj veličini koja se naziva indeks loma svjetlosti i koja

¹Pavel Alexejevič Čerenkov (28 . VII 1904. – 6. I 1990.), ruski fizičar. Dobitnik Nobelove nagrade za fiziku, 1958. godine, za otkriće Čerenkovljevog zračenja.

²Sa stanovišta kvantne mehanike, kada se električki nabijena čestica giba kroz (polarizirani) medij, ona pobuđuje molekule medija na više energijske nivoe. Pri povratku na stabilnije energijske nivoe, molekule medija emitiraju fotone u obliku kvanata elektromagnetskog zračenja.

³Willebrord Snellius (13. VI 1580. – 30. X 1626.), nizozemski astronom i matematičar. Matematički iskazao zakon loma svjetlosti te je prvi poduzeo mjerenje duljine luka meridijana u svrhu određivanja opsega Zemlje metodom triangulacije, koju je sam razradio. Po njemu je nazvan krater na Mjesecu.

je karakteristična za optičko sredstvo. Indeks loma svjetlosti se definira kao omjer brzine svjetlosti u vakuumu i promatranom sredstvu.

$$n = \frac{c}{v} \quad (4.1)$$

Iz čega onda slijedi:

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.2)$$

Ili, malo drugačije zapisano:

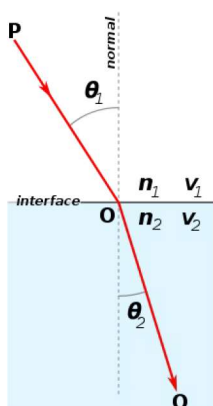
$$n \cdot \sin(\theta) = \text{const.} \quad (4.3)$$

Slika 4.2: Willebrord Snel van Royen (Snellius). [20]



Izrazi (4.2) i (4.3) su ekvivalentni i reprezentiraju zakon loma svjetlosti ili Snellov zakon.

Slika 4.3: Uz Snellov zakon loma svjetlosti. [21]

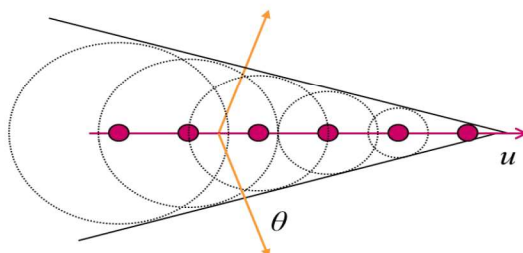


Važno je primijetiti da je brzina svjetlosti u mediju obrnuto srazmjerna indeksu loma i stoga se brzina svjetlosti u mediju smanjuje te zbog toga dolazi do Čerenkovljevog zračenja.

4.2 Nastanak Čerenkovljevog zračenja

Već smo ukratko rekli kako nastaje Čerenkovljevo zračenje, no pokušajmo sada malo detaljnije analizirati sam proces nastanka. Ako se električki nabijena čestica giba kroz izolator indeksa loma, n , izolator biva poraliziran zbog djelovanja električnog polja koje stvara nabijena čestica. Također, ona zrači elektromagnetske valove. Prema Huygensovom⁴ principu, emitirani valovi su sfernog oblika i kreću se brzinom jednako faznoj brzini medija. Ako se nabijena čestica giba *sporo*, interferencija izračenih valova jest destruktivna te ne dolazi do perturbacije usljed gibanja nabijene čestice. No, ako je brzina čestice, β , veća od fazne brzine svjetlosti u mediju, $c_n = n^{-1}$, onda će doći do perturbacije, zbog toga što dolazi do konstruktivne interferencije između emitiranih valova. Zbog Huygensova principa, stvara se valna fronta za $\beta > c_n$, a jednostruki sferni valovi za $\beta < c_n$.

Slika 4.4: Uz Huygensov princip. [6]



Takvo zračenje postaje koherentno pod kutom θ u odnosu na smjer gibanja čestice.

GIBANJE RELATIVISTIČKE ČESTICE

Pretpostavimo da se relativistička čestica, mase mirovanja m_0 , i količine gibanja P_0 , giba u mediju indeksa loma n . Dolazi do zračenja fotona, koji posjeduje količinu gibanja $P_c = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, gdje je $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js Planckova⁵ konstanta. Zakon sačuvanja količine gibanja daje:

$$\vec{P} = \vec{P}_0 - \vec{P}_c \quad (4.4)$$

$$P^2 = P_0^2 + P_c^2 - 2 \cdot P_0 \cdot P_c \cdot \cos(\theta_{0,c}) \quad (4.5)$$

⁴Christian Huygens (14. IV 1629. – 8. VII 1695.), nizozemski fizičar, matematičar, astronom i izumitelj. Dao značajan doprinos na područjima optike, mehanike te astronomije.

⁵Max Karl Ernst Ludwig Planck (23. IV 1858. – 4. X 1947.), njemački teorijski fizičar.

Također, zakon sačuvanja energije daje:

$$\sqrt{P_0^2 c^2 + m_0^2 c^4} = \sqrt{P^2 c^2 + m_0^2 c^4} + h\nu \quad (4.6)$$

Riješavajući ovaj sustav od dvije jednadžbe po θ dobivamo:

$$\cos(\theta_{0,c}) = \frac{2 \cdot \sqrt{(P_0^2 c^2 + m_0^2 c^4)} + (n^2 - 1)h\nu}{2 \cdot P_0 \cdot c \cdot n} \quad (4.7)$$

U većini slučajeva, drugi dio brojnika gornjeg razlomka s desne strane jest zanemarivo malen te kut emitiranog fotona možemo aproksimirati kao: $\cos(\theta_{0,c}) \cong \frac{c}{n \cdot u}$, gdje je

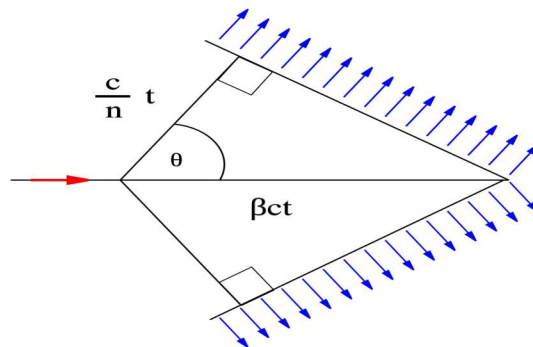
$$u = \beta \cdot c = \frac{P_0 \cdot c^2}{\sqrt{(P_0^2 c^2 + m_0^2 c^4)}} \quad (4.8)$$

relativistička brzina čestice. Za relativističke čestice, do Čerenkovljevog zračenja dolazi za fiksni kut. Za nerelativističke čestice, međutim, gornji uvjeti nisu zadovoljeni. Kod nerelativističkih čestica zračenje je uglavnom uzrokovano zbog razlika u polarizaciji medija ispred i iza čestice. Napomenimo još da kod većine materijala indeks loma materijala ovisi o frekvenciji. Zbog toga su fotoni različitih energija emitirani pod različitim kutevima. Na primjer, za X-zrake, indeks loma većine materijala padne ispod 1, što čini Čerenkovljevo zračenje nemogućim za uočiti.

RAČUNANJE ČERENKOVLJEVOG KUTA

Kut θ , koji se pojavljuje kao argument kosinusa u gornjoj relaciji, naziva se Čerenkovljev kut. Da bismo odredili iznos Čerenkovljevog kuta, poslužimo se sljedećom slikom;

Slika 4.5: Gibanje nabijene čestice kroz medij (izolator). Primijetimo da valna fronta reprezentira tangentu na izračene valove pa zbog toga možemo definirati pravi kut. [22]



Nabijena se čestica giba duž projekcije crvene linije⁶ (slika 4.5) te u vremenu t prevari put $\beta \cdot t$. Koristeći se elementarnom trigonometrijom, dobivamo Čerenkovljev kut u obliku:

$$\cos(\theta_c) = \frac{c \cdot t}{n \cdot \beta \cdot c \cdot t} = \frac{1}{n \cdot \beta} \quad (4.9)$$

[6], [7]

4.3 Spektar Čerenkovljevog zračenja - Tamm-Frankova relacija

Matematički izvod Tamm⁷-Frankove⁸ relacije je prilično dug i složen te ga ovdje nećemo provoditi, nego ćemo samo napisati izraz za ukupnu izračenu energiju Čerenkovljevog zračenja. Što će, za naše potrebe, biti sasvim dovoljno.

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{n=\text{const.}} = \frac{q^2 \cdot \mu}{4\pi} \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu^2 \cdot n^2} \right) \cdot \int_0^\infty \omega d\omega \quad (4.10)$$

Slika 4.6: Igor Tamm.[23]



Slika 4.7: Ilya Frank.[24]



Gdje je q naboj čestice, μ permeabilnost sredstva, a ω frekvencija. Gornji izraz predstavlja Tamm-Frankovu relaciju i on daje iznos kupne izračne energije po jedinici puta (također, uočavamo da je spektar čerenkovljevog zračenja kontinuiran). Gornji integral očito divergira u gornjoj granici. Da bismo riješili taj problem zahtijevamo postojanje maksimalne frekvencije $\omega_{\max} = \omega_{\max}(\beta)$, za dani β .

Budući da za svaki β mora vrijediti

⁶Primijetimo da zbog radijalne simetrije oko smjera putanje čestice možemo konstruirati konus stošca (tzv. emisijski konus).

⁷Igor Tamm (8. VII 1895. – 12. IV 1971.), ruski fizičar. Dobitnik nobelove nagrade, 1958. godine, za otkriće Čerenkovljevog zračenja.

⁸Ilya Mikhailovich Frank (23. X 1908. – 22. VI 1990.), ruski fizičar. Također, dobitnik nobelove nagrade, 1958. godine, za otkriće Čerenkovljevog zračenja.

$$n(\omega > \omega_{\max}^{(\beta)}) < \beta^{-1}$$

možemo pisati:

$$n(\omega > \omega_{\max}) \leq 1$$

Gornji se izraz na prvi pogled može činiti pomalo čudan, jer ispada da bi fazna brzina svjetlosti premašila brzinu svjetlosti u vakuumu. Međutim, takve maksimalne frekvencije, za koje je $n < 1$, možemo pronaći u području γ -zraka.

Broj izračenih fotona, dN , na intervalu dx , možemo dobiti pomoću modificiranog Tamm-Frankova zakona

$$\frac{\partial^2 N}{\partial \omega \partial x} = q^2 \cdot \frac{\mu}{4\pi} \cdot \sin^2(\theta_c) \quad (4.11)$$

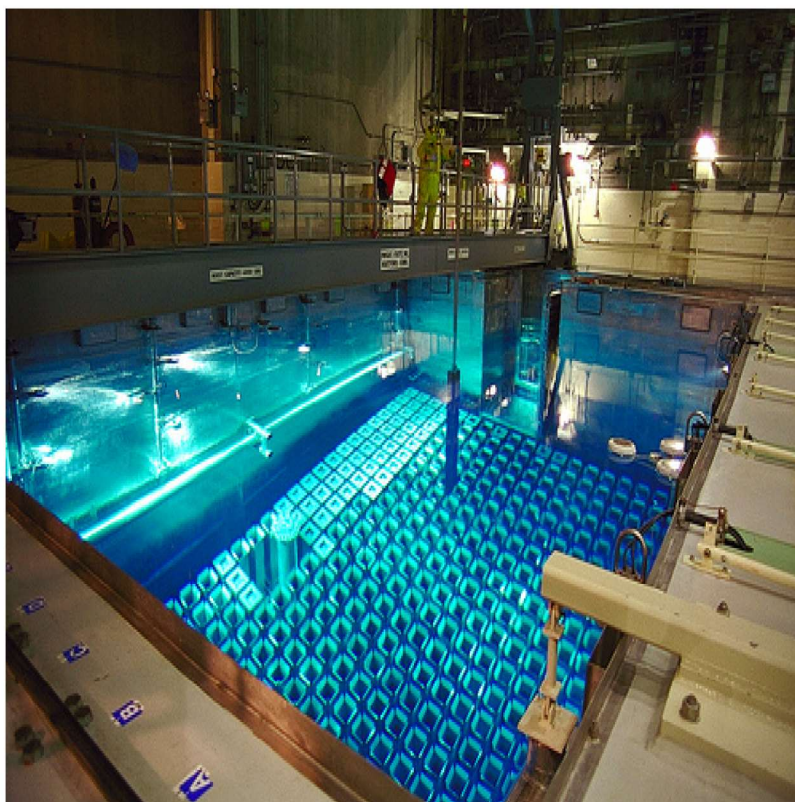
Primijetimo da modificarni Tamm-Frankov zakon daje broj izračenih fotona kao funkciju Čerenkovljevog kuta. [7]

4.4 Primjene Čerenkovljevog zračenja

Postoji mnogo područja u kojima se primjenjuje Čerenkovljevo zračenje. Vjerojatno najvažnija od njih jest detekcija kozmičkih zraka koristeći tkzv. Čerenkovljeve pljuskove. Naime, ako visokoenergijski foton, npr. foton iz supernove, uđe u Zemljinu atmosferu, raspada se na velik broj tkzv. sekundarnih čestica. Budući da se tako nastale čestice, zbog ogromne energije, gibaju brzinom $\approx c$, to dolazi do Čerenkovljevog efekta koji traje sve dok se energija čestice (pa prema tome i brzina) značajno ne smanji. Budući da tako nastali bljeskovi Čerenkovljevog zračenja imaju isti smjer kao i čestica, analizirajući distribuciju spektra i intenziteta zračenja možemo saznati informacije o tako nastalim česticama (također i otkriti izvor γ -zraka). Ova se metoda također koristi i u otkrivanju kozmičkih neutrina, a jedan takav primjer je upravo detekcijski sustav Ice Cube, o kojem ćemo nešto reći u ovom radu.

I još jedna, vjerojatno najkorisnija (u praktičnom smislu), primjena Čerenkovljevog efekta jest mjerenje preostale radijacije u bazenima u kojima se nekada skladištilo gorivo. To funkcionira na način da je intenzitet karakteristične plavkaste Čerenkovljeve svjetlosti proporcionalan s količinom nuklearnog zagađenja. Ovakva primjena Čerenkovljevog efekta predstavlja vjerojatno jedini način da zapravo vidimo Čerenkovljevo zračenje, budući da je intenzitet svake pojedine zrake preslab. [7]

Slika 4.8: Ispitivanje količine nuklearnog otpada u bazenima u kojima je bilo gorivo koristeći Čerenkovljev efekt. [25]



5 Astrofizički neutrino

Znaš li zakone neba, pa da određuješ kako da vlada zemljom?

Biblija, Knjiga o Jobu

U ovom ćemo se poglavlju detaljnije upoznati s neutrinima koji dolaze iz astrofizičkog izvora, vrlo su visoke energije i stoga su nam posebno intrigantni. Astrofizički neutrino je, dakle, neutrino koji nam dolazi iz svemira, tj. njegov izvor je neki svemirski objekt. Zbog svoga svojstva električke neutralnosti, njegova je putanja gotovo pravocrtna te nam omogućuje, s prilično velikim stupnjem preciznosti, otkrivanje njegovog izvora. Još jedna važna stvar jest to da nam neutrino, kao glasnik iz svemira, može otkriti možda do sada nepoznate informacije. Naime, u astrofizici (a fizici u širem smislu) puno informacija saznajemo pomoću, već ranije spomenutog, elektromagnetskog zračenja. No, od ukupne mase cijelog svemira, svega 4% mase otpada na električki nabijene čestice, koje mogu emitirati ili apsorbirati elektromagnetske valove. Dakle, 96% čestica ne može emitirati elektromagnetske valove pa nam je stoga od značajnog interesa razviti nove metode prikupljanja informacija. U tom je kontekstu u novije vrijeme sve više istraživanja rađeno na području gravitacijskih valova. Detekcija astrofizičkih neutrina također predstavlja jedan od alternativnih načina¹ prikupljanja novih informacija. Međutim, prije no što krenemo na sam postupak detekcije, spomenimo još koji su to izvori neutrina u svemiru.[1][2][4]

5.1 Astrofizički izvori neutrina

Jedno od važnih pitanja na koje treba dati odgovor jest ono o izvorima neutrina vrlo visokih energija. Za sada sa sigurnošću možemo govoriti o dva izvora² neutrina u svemiru: Sunce i supernova 1987A, dok je izvor neutrina vrlo visokih energija i dalje nepoznat. Jedan od mogućih izvora visokoenergijskih neutrina jest svemirski objekt pod nazivom blazar. Blazar je, kao što smo već spomenuli ranije, galaktička jezgra, u čijem je središtu crna rupa. Blazar emitira dva karakteristična relativistička mlaza koji posjeduju relativističku brzinu. Blazari nemaju stalan sjaj, nego se intenzitet toga sjaja mijenja³. Pretpostavka jest da u tim mlazovima blazara postoji i hadronski doprinos, tj. da se uz elektrone u njima nalaze i visokoenergijski protoni i neutriti te visokoenergijski fotoni (gama-zrake). Sam mehanizam nastanka neutrina u blazaru ponešto je opisan u drugom poglavlju, no on nije još do kraja poznat. Bitno je naglasiti da u blizini blazara vladaju ekstremni fizički uvjeti - ekstremna magnetska polja, tlakovi, temperatura itd. te su zbog

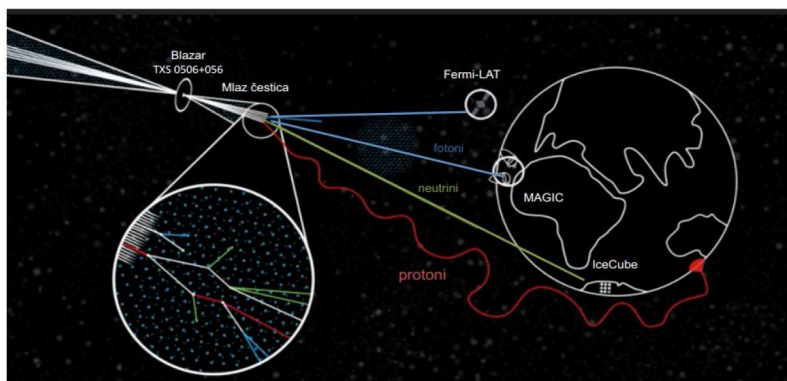
¹Alternativnih u odnosu na elektromagnetsko zračenje.

²Već smo rekli ponešto o njima u poglavlju 3.

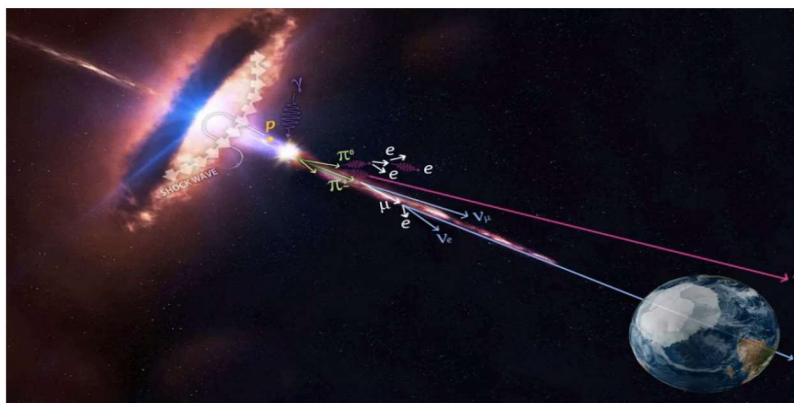
³Ta promjena ponekad zna biti i do na red veličine.

toga tako nastali neutrini vrlo visoke energije. Blazar je dakle kozmički akcelerator u čijem se mlazu ubrzavaju protoni, koji u interakciji s tvarima i zračenjem, u samom mlazu proizvode fotone i neutrine vrlo visokih energija. [1][2]

Slika 5.1: Emisija čestica iz blazara i njihova detekcija.



Slika 5.2: Kozmički akcelerator – blazar.



5.2 Detekcija astrofizičkog neutrina

Znamo da neutrino spada u leptone, da je električki neutralan, s vrlo malom masom te da sudjeluje samo u okviru slabe interakcije. Zbog svega ovoga, vrlo ga je teško detektirati te su potrebni jako osjetljivi i precizni instrumenti da bi detekcije uopće bila moguća. Ideja nije da neutrino uopće ne reagira s materijom, nego da reagira vrlo slabo i da ga je stoga ipak moguće uhvatiti. Još jedna stvar jest to da neutrina ima jako puno pa zbog postoji mogućnost da neki od njih ipak slabo odreagiraju s materijom. Da bi proces detekcije neutrina, napose kozmičkih, bio učinkovit potrebno je uhvatiti velik broj neutrina i imati

jako puno detekcijskog materijala. Pokušati proizvesti tako puno materijala bilo bi, iako načelno moguće, gotovo beznadno teško pa stoga detekcijski materijal tražimo u prirodi. Dva vrlo učinkovita materijala koja možemo naći u prirodu jesu: voda i led. Voda, npr. jezera na velikim dubinama, predstavlja područje koje je gotovo idealno za detekciju jer nema nikakvih distrakcija u vidu svjetla ili nekih drugih neželjenih materijala. Međutim, teško je naći vodenu površinu s baš posve idelanim uvjetima (također i zbog problema onečišćenja) pa nam preostaje druga mogućnost – a to je led. Led je također idealan materijal, u smislu da je na velikim dubinama gotovo poptun mrak i ako bi neka čestica u ledu izazvala interakciju (točnije, ako bi uspjeli namjerno isprovocirati interakciju), došlo bi do zračenja, tj. bljeska svjetlosti koji bi onda, s dovoljno preciznim instrumentom, bilo lako detektirati.[1][2][8]

5.3 Detekcijski sustav Ice Cube

Sada kada smo se upoznali s pojmovima neutrina, astrofizičkog neutrina te gama-zračenja, na teorjiskoj razini, pređimo na ono što i jest svrha ovog rada – a to je detekcija astrofizičkog neutrina visoke energije, koja s dogodila 22. rujna 2017. godine, pomoću detekcijskog sustava Ice Cube. Za početak, opišimo sustav Ice Cube. Detekcijski sustav Ice Cube jest sustav koji služi upravo za detekciju subatomske čestice, napose neutrina. Radi se o neutrinskom detektoru veličine kubičnog kilometra koji je smješten na Južnom polu te se nalazi na dubini između 1450 i 2450 metara. Sastoji se od 5160 digitalnih optičkih senzora povezanih na 86 kablova. Svaki optički senzor je oblika kugle građene od stakla i može izdržati visoki tlak. Svaki senzor sadrži jedan fotomultiplikator i elektroniku te djeluje nezavisno od svih ostalih, šaljući digitalne signale. Gradnja detektora Ice Cube bila je završena 2010. godine. Budući da je detektor Ice Cube smješten na južnom polu, koristi led kao prirodni detekcijski materijal⁴. Led ispod površine Južnog pola dubok je kilometrima te na dubini 1,5 km do 2,5 km imamo čisti led i potpuni mrak. Stoga se buše duboke rupe u ledu pomoću vruće vode pod visokim tlakom te se malo po malo ide sve dublje. Za tom se bušilicom spušta niz gore spomenutih detektora oblika kugle, duboko u led. Kugle ostaju u ledu te se smrzavaju.[1][2][8]

⁴Ime Ice Cube potječe upravo od toga što se kao prirodni detekcijski materijal koristi led.

Slika 5.3: Neutrinski detektor Ice Cube, smješten na Južnom polu. [28]



5.3.1 Princip rada

Kada neutrino dopiye u dobok led, on prvo mora naići na jednu atomsku jezgru, a unutar jezgre na jedan nukleon, a unutar nukleona na jedan kvark, da bi došlo do interakcije. Produkt rakiye s kvarkom je mion, odnosno elektron, ako se radi o elektronskom neutrinu. Mion i elektron su električki nabijene čestice koje u interakciji preuzmu gotovo svu energiju od neutrina s kojim inetragiraju. Dakle, nastaje nabijena čestica s velikom energijom, što bi bilo nemoguće postići u zemaljskim uvjetima. Zaključujemo dakle da je tu energiju morala *dovesti* kozmička čestica. Tako nastala električki nabijena čestica, ogromne energije u ledu postiže veliku brzinu. Štoviše, radi se o gotovo relativističkoj brzini, tj. postiže brzinu veću od brzine svjetlosti u ledu - stvara se Čerenkovljevo zračenje. Zatim plavkaste zrake Čerenkovljevog zračenja detektiraju optički senzori detektora Ice Cube, te se prema intenzitetu zračenja točno locira smjer dolaska zrake. Također, iz količine izračene svjetlosti se proračuna energija miona. I, na kraju se izračuna s kolikom energijom i odakle je došao neutrino od kojeg je nastao detektirani mion.

Primijetimo da se kozmički neutrino ne detektira neposredno, nego posredno - na temelju svjetlosti koju detektiraju optički senzori, a koju je proizvela čestica (mion) koja je produkt interakcije kozmičkog neutrina i materije (leda). Spomemino još da Ice Cube godišnje detektira oko 100 kozmičkih neutrina.[1][8]

6 Proces detekcije - suradnja triju detekcijskih sustava

It is the fight alone that pleases us, not the victory.

Blaise Pascal (19. VI 1623. – 19. VIII 1662.)

Za kraj, recimo još kako je tekao proces identificiranja izvora kozmičkih neutrina i visko-energijskih gama-zraka. Nakon što je Ice Cube opservatorij detektirao kozmički neutrino energije 290 TeV, ta se informacija prenijela sustavima MAGIC i Fermi-LAT. Nakon toga je sustav Fermi-LAT potvrdio da upravo iz dijela neba iz kojeg je došao kozmički neutrino opaža signal, tj. da je izvor gama-zraka na toj lokaciji u aktivnoj fazi. Nakon toga je sustav MAGIC vršio intenzivno opažanje upravo tog dijela neba, koje je trajalo 10 dana. Uslijedilo je pola godine analize priukpljenih podataka te je sustav MAGIC ustanvio da se radi o već od prije poznatom blazaru – radi se o blazaru TXS 0506+056 koji je u tom razdoblju bio u stanju pojačanog sjaja. Time smo dobili potvrdu da upravo u mlazovima blazara nastaju, između ostalih, i astrofizički neutriini.[1][2]

Tablica 6.1: Detekcije neutrina koje je MAGIC odabrao. Posljednja, podebljana kolona reprezentira detekciju neutrina kojom se bavimo u ovom radu.

Ice Cube	160427A	160731A	170321A	170922A
<i>From Ice Cube:</i>				
Right Ascension	240.57	214.54	98.33	77.43
Declination	9.34	−0.33	−14.48	5.72
Median angular resolution	0.60	0.33	0.33	0.25
Deposited energy	~140	<100	>120	>23
<i>MAGIC data taking:</i>				
Zenit angle range [deg]	18–26	45–65	45–60	22–52
Effective observatin time [h]	1.85	1.3	1.0	12.9

7 Zaključak

Hope is a passion for the possible.

Soren Kierkegaard

Budući da prilično mali broj čestica, s obzirom na ukupan broj čestica, posjeduje električki naboj, detekcija kozmičkih netrina nam može dati pregršt novih informacija. Upravo jedna takva informacija bila bi izvor kozmičkih neutrina. Nakon svega navedenog u ovom radu, možemo reći da postoji velika vjerojatnost da u mlazovima blazara postoji hadronski doprinos, tj. da su blazari, između ostalih, izvori kozmičkih neutrina. Na temelju iznesenih podatak možemo zaključiti da su blazari također i izvori visokoenergijskih kozmičkih zraka. Ovime smo došli do dvije vrlo važne, nove astročestične spoznaje. Time smo riješili zagonetku staru više od sto godina. Spomenimo još da visokonergijska gama-astronomija u vremenu koje slijedi prelazi na iduću generaciju teleskopa, tzv. teleskope CTA, koji su naslijednici teleskopa MAGIC, a od kojih je prvi u fazi testiranja. Time se visokoenergijska gama-astronomija okreće rješavanju novih misterija na koje još uvijek tražimo odgovor, primjerice tamnoj tvari.

8 Dodatak

Slika 5, u primjeri 3.1, rađena je u programskom jeziku Python. Računalni kod slijedi u nastavku:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def vjerojatnost(L):
    P = 1-0.8*np.power(np.sin(1.27*0.003*L),2)
    return P

def vjerojatnost2(L):
    P = 0.8*np.power(np.sin(1.27*0.003*L),2)
    return P

a = 0.0 #km
b = 1000.0 #km

L = np.linspace(a, b, 1000.0) #km
L2 = np.linspace(a, b, 1000.0) #km
niz = np.array(L)
niz2 = np.array(L2)
f = vjerojatnost(L)
f2 = vjerojatnost2(L2)

plt.plot(niz, f, 'r-')
plt.plot(niz2, f2)
plt.xlabel("$L$/km$", size = 18)
plt.ylabel("$P(L)$", size = 18)
plt.title('Oscilacijska vjerojatnost i vjerojatnost preživljavanja
elektronskog neutrina kao funkcije udaljenosti između izvora i detektora',
fontsize=13, color='black')
plt.annotate(r"$\nu_e-\nu_e$", xy=(140, .8), xytext=(250, .83),
            arrowprops=dict(facecolor='black', shrink=0.05),
            )
plt.annotate(r"$\nu_e-\nu_\mu$", xy=(450, .78), xytext=(500, .9),
            arrowprops=dict(facecolor='black', shrink=0.05),
            )
plt.axhline(0,color='gray')
plt.axvline(0,color='gray')
plt.grid(True)
plt.show()
```

9 Korištena literatura

- [1] S. Ansoldi et al. The Blazar TXS 0506+056 Associated with a High-energy Neutrino: Insights into Extragalactic Jets and Cosmic-Ray Acceleration, *The Astrophysical Journal Letters* 863, L10 (2018).
- [2] S. Ansoldi et al. Multimessenger observations of a flaring blazar coincident with high-energy neutrino IceCube-170922A, *Science* 361, eaat1378 (2018).
- [3] An introduction to Nuclear Physics, Second edition, W. N. Cottingham, D. A. Greenwood, Cambridge University Press, 2001.
- [4] Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation, Neutrino Physics, Second edition, Kai Zuber, Taylor & Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway NW, CRC Press, 2011.
- [5] A First Course in General Relativity, Second edition, Bernard F. Schutz, Cambridge University press, 2009.
- [6] URL: <http://large.stanford.edu/courses/2014/ph241/alaecian2/>
- [7] URL: https://www.thphys.uni-heidelberg.de/~wolschin/eds14_3s.pdf
- [8] URL: <https://icecube.wisc.edu/outreach/neutrinos>
- [9] URL: <https://www.quantumdiaries.org/2011/06/19/helicity-chirality-mass-and-the-higgs/>
- [10] URL: https://alpha.physics.uoi.gr/foudas_public/APP/Lecture9-Helicity-and-Chirality.pdf
- [11] URL: http://www.tp.umu.se/space/Proj_09/Martin_Lahrz-09.pdf
- [12] URL: <https://fermi.gsfc.nasa.gov/>
- [13] URL: <http://www.magic.iac.es/>
- [14] URL: https://warwick.ac.uk/fac/sci/physics/staff/academic/boyd/stuff/neutrinolectures/lec_oscillations.pdf
- [15] URL: https://www.periodni.com/gallery/spektar_elektromagnetskog_zracenja.png

[16] URL: <https://mk0astronomynow9oh6g.kinstacdn.com/wp-content/uploads/2017/05/fermi.jpg>

[17] URL: https://ipa.phys.ethz.ch/research/ResearchProjects/magic/_jcr_content/par/fullwidthimage/image.imageformat.lightbox.324574475.jpg

[18] URL: <https://i1.wp.com/svafizika.org/wp-content/uploads/2017/04/cestice.png?resize=731%2C322>

[19] URL: https://hr.wikipedia.org/wiki/Pavel_Aleksejevi%C4%8D_%C4%8Cerenkov#/media/Datoteka:Cerenkov.jpg

[20] URL: https://hr.wikipedia.org/wiki/Willebrord_Snellius#/media/Datoteka:Willebrord_Snellius.jpg

[21] URL: https://hr.wikipedia.org/wiki/Snellusov_zakon#/media/Datoteka:Snells_law2.svg

[22] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Cherenkov_radiation#/media/File:Cherenkov.svg

[23] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Igor_Tamm#/media/File:Igor_Tamm.jpg

[24] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Ilya_Frank#/media/File:Ilya_Frank.jpg

[25] URL: <https://www.geek.com/wp-content/uploads/2014/07/cherenkov-glow-2.jpg>

[26] URL: https://www.bug.hr/img/konacno-znamo-odakle-dolaze-astrofizicki-neutrini_Vkcnak.jpg

[27] URL: [https://cdn.vox-cdn.com/thumbor/yC7uPuUhvRBTnscwVSz2tAAoheE=/0x0:1920x1080/1200x800/filters:focal\(807x387:1113x693\)/cdn.vox-cdn.com/uploads/chorus_image/image/60347453/BlazarNeutrino2](https://cdn.vox-cdn.com/thumbor/yC7uPuUhvRBTnscwVSz2tAAoheE=/0x0:1920x1080/1200x800/filters:focal(807x387:1113x693)/cdn.vox-cdn.com/uploads/chorus_image/image/60347453/BlazarNeutrino2)

[28] URL: <https://icecube.wisc.edu/gallery>

10 Životopis

Filip Savanović rođen je u Osijeku, 11. ožujka 1996. godine. Završio je osnovnu školu Miroslava Krležu u Čepinu. Nakon završetka osnovne škole, upisuje Prirodoslovno-matematički gimnaziju u Osijeku te danas studira na Odjelu za fiziku, Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.